

Lösungen zu den Aufgaben

Aufgabe 1 $\frac{20x+2}{6x+6} - 1 = \frac{6x-4}{2x+2}$

Lösung: 1) Kürzen der Brüche

$$\frac{10x+1}{3x+3} - 1 = \frac{3x-2}{x+1},$$

$$\frac{10x+1}{3x+3} - \frac{3x-2}{x+1} = 1.$$

2) Multiplikation mit dem Hauptnenner $3x+3$: $10x+1 - (9x-6) = 3x+3$, $4 = 2x$, $x = 2$.

Aufgabe 2 $1000^x - 2 \cdot 100^x = 3 \cdot 10^x$

Lösung: Substitution $z = 10^x$: $z^3 - 2z^2 - 3z = 0$, $z(z^2 - 2z - 3) = 0$,

$z(z+1)(z-3) = 0$ (hier kann auch die pq-Formel verwendet werden)

$z_0 = 0$ ist keine Lösung, da $10^x \neq 0$, $z_1 = -1$ ist keine Lösung, da $10^x \neq -1$,
 $z_2 = 3$ ergibt $10^x = 3$, also ist die einzige Lösung $x = \log 3$.

Aufgabe 3 $\sqrt{x\sqrt{x}-x} + \sqrt{x} = x$, $\sqrt{x\sqrt{x}-x} = x - \sqrt{x}$. Quadrieren ergibt

$$x\sqrt{x} - x = x^2 - 2x\sqrt{x} + x, \quad 3x\sqrt{x} = x^2 + 2x. \quad x_0 = 0 \text{ ist eine Lösung.}$$

Für $x \neq 0$ kann man durch x dividieren und erhält: $3\sqrt{x} = x + 2$.

Mit der Substitution $z = \sqrt{x}$ erhält man die quadratische Gleichung $z^2 - 3z + 2 = 0$

mit den Lösungen $z_1 = 1$ und $z_2 = 2$

Die Lösungen der ursprünglichen Gleichung sind also $x_1 = 1$ und $x_2 = 4$.

Die Aufgabe stammt aus dem Buch „Mathematik à la Carte, Bd 2“ von Franz Lemmermeyer, Springer-Verlag.

Lösung zur Textaufgabe

Die Gurke besteht zu 10% aus fester Substanz, das sind 50 g Gurkenfleisch. Diese 50 g Gurkenfleisch bleiben beim Verdunsten des Wassers erhalten und bilden dann 20% der geschrumpften Gurke. Also ist das Gewicht der geschrumpften Gurke das Fünffache, sprich 250 g.

Diese Aufgabe ist auch unter dem Stichwort „Kartoffelparadoxon“ auf Wikipedia zu finden.